

Документ в информационно-технологическом формате  
Информация о владельце:  
ФИО: Забелина Светлана Алексеевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 29.05.2023 11:07:22  
Уникальный программный ключ:  
ас61efaf1186e39ee1ca742ef4d821f2754a482

Автономная некоммерческая организация высшего образования "Московский информационно-технологический университет - Московский архитектурно-строительный институт"

Рассмотрено и одобрено на заседании  
учебно-методического совета

Протокол № 5 от 13.03.2023

Председатель совета

 Н.О. Минькова

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УР

 Н.О. Минькова  
личная подпись      инициалы, фамилия

«13» марта 2023 г.

к.п.н., доцент Архипова Е.М.

(уч. звание, степень, ФИО авторов программы)

## Рабочая программа дисциплины

Функциональный анализ

(название вида практики)

Научная специальность: 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Форма освоения ПА: очная  
(очная, очно-заочная, заочная)

Общая трудоемкость: 2 (з.е.)

Всего учебных часов: 72 (ак. час.)

Формы промежуточной аттестации	СЕМЕСТР		
	очная	очно-заочная	заочная
Зачет	4		

Москва 2023 г.

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины	освоение аспирантами аппарата функционального анализа и применения его методов при решении интегральных уравнений и вариационных задач в условиях научного исследования и профессиональной деятельности.
Задачи дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> <li>– формирование системы понятий, отражающих сущность и основные характеристики научного мировоззрения;</li> <li>– формирование знаний об основных теориях функционального и математического анализа;</li> <li>– формирование умений устанавливать и обосновывать причинно-следственные связи, алгоритмы исследований;</li> <li>– формирование готовности к построению обучить решению математических задач и количественному анализу различных процессов с помощью математических инструментов.</li> </ul>

## 2. Место дисциплины в структуре ПА

Дисциплины и практики, знания и умения по которым необходимы как "входные" при изучении данной дисциплины	Дисциплина базируется на знаниях, сформированных на предыдущем уровне высшего образования и знаний основ линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, умений применять знания из различных разделов высшей математики.
Дисциплины, практики, ГИА, для которых изучение данной дисциплины необходимо как предшествующее	Итоговая аттестация

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

**Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.**

**Степень сформированности компетенций**

Компетенции/ ЗУВ	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания	Оценочные материалы
	ОПК-2 владением культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий		

Знать	современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии;	Зачтено: знает современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии; не зачтено: не знает современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии.	Тест
Уметь	самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования;	Зачтено: умеет самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования; не зачтено: не умеет самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования.	Контрольная работа
Владеть	способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.	Зачтено: владеет способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий; не зачтено: не владеет способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области компьютерного и имитационного моделирования с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.	Расчетное задание

ПК-1 способностью моделировать реальные объекты и процессы профессиональной деятельности средствами и методами классических, прикладных и современных разделов математики

Знать	– фундаментальные разделы математического моделирования, численные методы, функциональный и системный анализ, разделы прикладной математики, современного численного моделирования	Зачтено: знает фундаментальные разделы математического моделирования, численные методы, функциональный и системный анализ, разделы прикладной математики, современного численного моделирования; не зачтено: не знает фундаментальные разделы математического	Тест
-------	--	---	------

		моделирования, численные методы, функциональный и системный анализ, разделы прикладной математики, современного численного моделирования	
Уметь	– строить математические модели реальных объектов и процессов в области профессиональной и научной деятельности	Зачтено: умеет строить математические модели реальных объектов и процессов в области профессиональной и научной деятельности, не зачтено: не умеет строить математические модели реальных объектов и процессов в области профессиональной и научной деятельности	Контрольная работа
Владеть	-математическими методами построения моделей; методами внутримодельного исследования; методами для достоверности построенных моделей	Зачтено: владеет методами сбора, анализа и систематизации данных в области компьютерного и имитационного моделирования; не зачтено: не владеет методами сбора, анализа и систематизации данных в области компьютерного и имитационного моделирования.	Расчетное задание

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### Тематический план дисциплины

№	Название темы	Содержание	Литература	Формируемые компетенции
1.	Множества и отношения.	Элементы теории множеств. Понятие множества. Точечные и числовые множества. Основные операции над множествами. Декартово произведение множеств. Соответствие между множествами. Функции. Взаимнооднозначное соответствие. Мощность множества. Счетные множества. Континуум. Теоремы Кантора. Алгебраические структуры и пространства. Отношения элементов множеств. Алгебраические операции на множестве. Группа, кольцо, поле. Примеры алгебраических структур. Числовые множества. Общее понятие математического пространства. Понятия оператора и функционала.	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1

2.	Метрические и топологические пространства.	<p>Метрические пространства.  Определение метрического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Окрестность точки. Сходимость в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Пополнение. Непрерывные отображения в метрических пространствах. Принцип сжатых отображений. Неподвижные точки. Теоремы существования и единственности решения для дифференциальных и интегральных уравнений.  Топологические пространства.  Определение топологического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Окрестность точки. Отображения. Непрерывность. Гомеоморфизм.</p>	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1
3.	Линейные нормированные и евклидовы пространства.	<p>Линейные пространства.  Определение и примеры. Линейная оболочка системы векторов. Базис в линейном пространстве. Размерность линейного пространства. Функциональные пространства, как примеры бесконечномерных пространств. Базис в бесконечномерном пространстве.  Линейные операторы и линейные функционалы. Определение линейного преобразования и линейного оператора. Матричное представление линейного оператора. Собственный базис линейного оператора. Линейные операторы в бесконечномерном пространстве. Линейные функционалы в конечномерном и в бесконечномерном пространствах. Норма. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Евклидовы и гильбертовы пространства.  Скалярное произведение. Норма. Определение евклидова пространства. Матрица Грамма. Ортогональные матрицы. Ортонормированный базис (ОНБ). Ортогонализация базиса. Бесконечномерное евклидово пространство. Пространство <math>L_2</math> Теорема Хана-Банаха. Скалярное произведение в <math>L_2</math> Непрерывность нормы и скалярного произведения.  Разложение по ОНБ в пространстве <math>L_2</math>.  Общее разложение Фурье. Разложение по ОНБ в бесконечномерных пространствах. Скалярное произведение для функциональных пространств. Тригонометрический ряд Фурье. Понятие об ортогональных многочленах. Ортогональность с весом.</p>	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1

		<p>Линейные функционалы и линейные операторы в пространстве <math>L_2</math>.</p> <p>Линейные функционалы. Непрерывность. Обобщенные функции. <math>\delta</math>-функция. Дифференцирование и интегрирование обобщенных функций. Линейные операторы. Непрерывные и вполне непрерывные операторы. Обратный оператор. Сопряженный оператор. Эрмитово сопряжение. Самосопряженный оператор. Спектр оператора.</p>		
4.	Мера и интеграл Лебега.	<p>Мера Лебега.</p> <p>Мера элементарных множеств. Определение меры Лебега.. Свойства меры. Продолжение меры. Измеримые функции. Сходимость по мере.</p> <p>Определенный интеграл Лебега.</p> <p>Определение интеграла Лебега. Аддитивность. Предельный переход под знаком интеграла. Геометрическое определение интеграла Лебега. Кратные и повторные интегралы Лебега. Теорема Фубини.</p> <p>Неопределенный интеграл Лебега.</p> <p>Линейный интеграл с переменным верхним пределом. Дифференцируемость по пределу. Мера Стильеса и интегралы Лебега-Стильеса и Римана-Стильеса.</p>	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1
5.	Вариационное исчисление.	<p>Задачи с неподвижными границами.</p> <p>Вариация функционала, ее основные свойства. Экстремаль. Необходимое условия экстремума функционала. Уравнение Эйлера. Методы решения уравнения Эйлера. Функционалы, зависящие от нескольких функций. Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка.</p> <p>Задачи с подвижными границами.</p> <p>Вариация функционала с подвижными границами. концами. Вариационные уравнения. Экстремали с угловыми точками. Односторонние вариации.</p>	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1

		<p>Вариационные задачи на условный экстремум. Уравнения связи. Вариация функционала со связями. Связи, содержащие производные. Изопериметрическая задача.</p>		
6.	Интегральные уравнения.	<p>Основные понятия. Интегральные преобразования и интегральные операторы. Ядро интегрального оператора. Интегральные уравнения. Классификация интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Интегральные уравнения Фредгольма. Интегральный оператор Фредгольма. Уравнения с симметрическим ядром. Уравнения с вырожденным ядром. Уравнения Вольтера. Уравнения Фредгольма 2-го рода. Уравнения Фредгольма 1-го рода. Интегральные уравнения с параметром. Спектр вполне непрерывного оператора. Отыскание решения в виде ряда по степеням <math>\lambda</math>. Детерминанты Фредгольма.</p>	8.1.1, 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.1.2, 8.1.3	ОПК2 ПК1

**Распределение бюджета времени по видам занятий с учетом формы обучения**  
**Форма обучения: очная, 4 семестр**

№	Контактная работа	Аудиторные учебные занятия			Самостоятельная работа
		занятия лекционного типа	лабораторные работы	практические занятия	
1.	2	0.5	0	2	6
2.	2	0.5	0	2	4
3.	2	0.5	0	1	4
4.	2	0.5	0	1	4
5.	1	0	0	1	4
6.	1	0		1	4
	Промежуточная аттестация				
	2	0	0	0	34, из них 16 на контроль
	Консультации				

	0	0	0	0	0
Итого	12	2	0	8	60

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе освоения дисциплины обучающемуся необходимо посетить все виды занятий, предусмотренные рабочей программой дисциплины и выполнить контрольные задания, предлагаемые преподавателем для успешного освоения дисциплины. Также следует изучить рабочую программу дисциплины, в которой определены цели и задачи дисциплины, компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и планируемые результаты обучения. Рассмотреть содержание тем дисциплины; взаимосвязь тем лекций и практических занятий; бюджет времени по видам занятий; оценочные материалы для текущей и промежуточной аттестации; критерии итоговой оценки результатов освоения дисциплины. Ознакомиться с методическими материалами, программно-информационным и материально техническим обеспечением дисциплины.

### Работа на лекции

Лекционные занятия включают изложение, обсуждение и разъяснение основных направлений и вопросов изучаемой дисциплины, знание которых необходимо в ходе реализации всех остальных видов занятий и в самостоятельной работе обучающегося. На лекциях обучающиеся получают самые необходимые знания по изучаемой проблеме. Непременным условием для глубокого и прочного усвоения учебного материала является умение обучающихся сосредоточенно слушать лекции, активно, творчески воспринимать излагаемые сведения. Внимательное слушание лекций предполагает интенсивную умственную деятельность обучающегося. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками.

Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Принципиальные места, определения, формулы следует сопровождать замечаниями. Работая над конспектом лекций, всегда следует использовать не только основную литературу, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор.

### Практические занятия

Подготовку к практическому занятию следует начинать с ознакомления с лекционным материалом, с изучения плана практических занятий. Определившись с проблемой, следует обратиться к рекомендуемой литературе. Владение понятийным аппаратом изучаемого курса является необходимым, поэтому готовясь к практическим занятиям, обучающемуся следует активно пользоваться справочной литературой: энциклопедиями, словарями и др. В ходе проведения практических занятий, материал, излагаемый на лекциях, закрепляется, расширяется и дополняется при подготовке сообщений, рефератов, выполнении тестовых работ. Степень освоения каждой темы определяется преподавателем в ходе обсуждения ответов обучающихся.

### Самостоятельная работа

Обучающийся в процессе обучения должен не только освоить учебную программу, но и приобрести навыки самостоятельной работы. Самостоятельная работа обучающихся играет важную роль в воспитании сознательного отношения самих обучающихся к овладению теоретическими и практическими знаниями, привитии им привычки к направленному интеллектуальному труду.

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе. Изучение литературы следует начинать с освоения соответствующих разделов дисциплины в учебниках, затем ознакомиться с монографиями или статьями по той тематике, которую изучает обучающийся, и после этого – с брошюрами и статьями, содержащими материал, дающий углубленное представление о тех или иных аспектах рассматриваемой проблемы. Для расширения знаний по дисциплине обучающемуся необходимо использовать Интернет-ресурсы и специализированные базы данных: проводить поиск в различных системах и использовать материалы сайтов, рекомендованных преподавателем на лекционных занятиях.



## Подготовка к сессии

Основными ориентирами при подготовке к промежуточной аттестации по дисциплине являются конспект лекций и перечень рекомендуемой литературы. При подготовке к сессии обучающемуся следует так организовать учебную работу, чтобы перед первым днем начала сессии были сданы и защищены все практические работы. Основное в подготовке к сессии – это повторение всего материала курса, по которому необходимо пройти аттестацию. При подготовке к сессии следует весь объем работы распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы.

## 6. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и самоконтроля по итогам освоения дисциплины

Технология оценивания компетенций оценочными материалами:

- формирование критериев оценивания компетенций;
- ознакомление обучающихся в ЭИОС с критериями оценивания конкретных типов оценочных материалов;
- оценивание компетенций обучающихся с помощью оценочных материалов программы практики - защита отчета по практике в форме собеседования;
- публикация результатов освоения ПА в личном кабинете в ЭИОС обучающегося;

### Тест для формирования «Знать» компетенции ОПК-2

1) Пусть задаются непрерывные функции  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ , ... на  $[0,1]$ . Какое из  $\rho(x,y)$  будет удовлетворять всем аксиомам метрики:

а)  $\rho(x,y) = |x(t) - y(t)|^2$

б)  $\rho(x,y) = \max |x(t) - y(t)|, t \in [0,1]$ .

в)  $\rho(x,y) = \sqrt{x(t) - y(t)}$

г)  $\rho(x,y) = \sqrt{\int (x(t) - y(t))^2 dt}$ .

2) Какая последовательность фундаментальная?

а)  $f(n) = (1+1/n)^n$ ;

б)  $f(n) = 1/2^n$ ;

в)  $f(n) = n$ .

3) Рассматривается счётное множество счётных множеств как единое множество.

Будет ли оно:

а) счётно;

б) несчётно

в) конечно

4) В  $E^3$  - трёхмерном евклидовом пространстве рассматривается какая-то плоскость, например,  $x + y + 2z = 1$  как некоторое подмножество  $M \in E^n$ .

Это множество

а) всюду плотно в  $E^3$

б) нигде не плотно в  $E^3$

в) ни то, ни другое

5) На оси  $OX$  ( $-\infty < x < +\infty$ ) как её подпространство (подмножество)

$\infty$

рассматривается множество  $M = \sum_{i=1}^{\infty} T_i$ ,  $T_i = [2i, 2i + 1]$ .

$i=1$

Будет ли  $M$ :

а) всюду плотно в  $E' = \{x \in (-\infty, +\infty)\}$

б) нигде не плотно в  $E'$ ?

в) ни то, ни другое?

б) Дано полное метрическое пространство. Будет ли оно

а) множеством 1-ой категории?

б) множеством 2-ой категории?

7) Пусть  $x(t)$  – непрерывно на  $[0, 1]$ . Дан оператор

$$A(x) = \delta \int_0^1 x(\tau) \sin(t-\tau) d\tau$$

пусть  $|\delta| < 1$ .

а) оператор  $A(x)$  сжимающим?

б) не будет сжимающим?

в) сжимающим при некоторых  $\delta$ ?

8) Пусть оператор  $A$  – линеен, и существует обратный оператор  $B = A^{-1}$ . Будет ли тогда

а)  $B$  – линеен?

б)  $B$  – не обязательно линеен?

в)  $B$  – не линеен?

9) Пусть для оператора  $A$ , всюду определённого в  $X$ , имеет место

равенство  $A^2 - A + 1 = 0$ .  $A$  будет...

а) обратим

б) необратим

10) В конечномерном нормированном пространстве каждое ограниченное замкнутое множество:

а) компактно;

б) не компактно;

в) не обязательно компактно.

### Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	от 0% до 30% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
Удовлетворительно	от 31% до 50% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
Хорошо	от 51% до 80% правильных ответов из общего числа тестовых заданий

Отлично	от 81% до 100% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
---------	--

### Контрольная работа для формирования «Уметь» компетенции ОПК-2

1.	Найти собственные векторы и собственные числа линейного оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 7 & -2 & 4 \\ 9 & 9 & -2 \end{pmatrix}$
2.	Найти все значение $p$ , при которых одно из собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} 13 & p \\ p & 13 \end{pmatrix}$ равно $-5$ . Найти при этом условии собственные векторы.
3.	Найти значения $p$ и $q$ , при которых матрица $\begin{pmatrix} \sin 45^\circ & q \\ p & \sin 45^\circ \end{pmatrix}$ является ортогональной.
4.	Преобразовать базис $\{1; x-1\}$ пространства линейных функций, заданных на отрезке $[0;1]$ , в ОНБ методом Шмидта
5.	Проверить линейную зависимость векторов $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ , $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$
6.	Разложить в ряд Фурье функцию $y = 2x$ на интервале $(-\pi; \pi]$
7.	Линейный оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ в некотором базисе, определяемом матрицей Грамма $G = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу сопряженного оператора $A^*$ .
8.	В пространстве функций вида $y = a \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)$ , определенных на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , задан оператор $A(a \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)) = 3a \cdot \sin(x) + 4b \cdot \cos(x)$ . Найти сопряженный оператор $A^*$ .
9.	Привести квадратичную форму $4x_1^2 + 4x_2^2 - 32x_1x_2$ к каноническому виду, найти ранг индекс и сигнатуру квадратичной формы.
10.	Определить тип кривой $-x^2 - 4xy + 2y^2 - 18 = 0$

## Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	Обучающийся не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
Удовлетворительно	Обучающийся показывает фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильно формулирует базовые понятия, допускает ошибки в решении практических задач, при этом владеет основными понятиями тем, выносимых на контрольную работу, необходимыми для дальнейшего обучения
Хорошо	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности, которые может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя
Отлично	Обучающийся показывает всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной работы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач

### Расчетное задание для формирования «Владеть» компетенции ОПК-2

1. Пусть  $M=C_1 [1,3]$ , класс функций  $y(x)$ , имеющих непрерывную производную на  $(1;3)$  и пусть  $J[y(x)]=y'(x)$ , где  $x \in (1;3)$ .  
Найти  $J\{x^2\}$ , при  $x=2$ .

2. Найти расстояние между кривыми  $F(x)=xe^{-x}$  и  $f_1(x)=0$  на  $(0,2)$ .

3. Записать матрицу равномерного растяжения в  $R_3$  при  $\lambda=2$ .

4. Пусть преобразования  $T$  и  $U$  определяются матрицами  $T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Тогда для  $V=UT$  получается матрица ?

5. Пусть линейный оператор  $T$  определяется матрицей  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Тогда написать

сопряженный по отношению к  $T$  оператор  $T^*$ .

6. Найти норму вектора  $a=(2, 4, 5, 2)$ .

7. Найти собственные числа оператора  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

8. Пусть  $a_1=(1,1,0)$ ;  $a_2=(0,1,1)$ ;  $a_3=(1,1,1)$ . Ортонормировать эти векторы.
9. Нормировать тригонометрическую систему функций  $1, \cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t, \dots, \cos(nt), \sin(nt), \dots$
10. Найти скалярное произведение  $x=1+t, y=t^2-2t$  для  $t \in \{0;1\}$ .

### Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	Задание выполнено не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов
Удовлетворительно	Задание выполнено не полностью, но не менее 50% объема, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки
Хорошо	Задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий, но допущена одна ошибка или не более двух недочетов и обучающийся может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя
Отлично	Задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий, но допущена одна ошибка или не более двух недочетов и обучающийся может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя

### Тест для формирования «Знать» компетенции ПК-1

1. Функции заданы на числовой прямой. Какие из них не удовлетворяют аксиомам метрики 1)  $r(x,y)=|x-y|$ ; 2)  $r(x,y)=|x^2-y^2|$ ; 3)  $r(x,y)=|\arctg x - \arctg y|$ ; 4)  $r(x,y)=|\sin x - \sin y|$ ?
- A) 2,4  
B) 2  
C) 3  
D) 4
2. Функции заданы на числовой прямой. Какие из них удовлетворяют аксиомам метрики 1)  $r(x,y)=|x-y|$ ; 2)  $r(x,y)=|x^3-y^3|$ ; 3)  $r(x,y)=|\arctg x - \arctg y|$ ; 4)  $r(x,y)=|\sin x - \sin y|$ ?
- A) 1,2,3  
B) 1  
C) 2  
D) 3
3. Найти расстояние между функциями  $f(x)=x^2+5$  и  $g(x)=4x$  в пространстве  $C[-1;3]$ .
- A) 10  
B) 4  
C) 1  
D) 2
4. Найти расстояние между функциями  $f(x)=x^3$  и  $g(x)=3x+4$  в пространстве  $C[0;2]$ .
- A) 6  
B) 4  
C) 5

D) 2

5. Найти расстояние между функциями  $f(x)=3x^2$  и  $g(x)=x-1$  в пространстве  $C_1[0;2]$ .

A) 8

B) 6

C) 5

D) 2

6. Найти расстояние между элементами  $x, y \in l_2$ , где  $x = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots)$  и  $y=0$ .

A)  $\sqrt{3}/3$

B) 1/2

C) 2/3

D) 1

7. Найти расстояние между элементами  $x, y \in l_1$ , где  $x = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots)$  и  $y=0$ .

A) 1

B) 1/2

C) 1/4

D) 1/3

8. Найти норму элемента  $(3; -5; -3)$  в пространствах  $\mathbb{R}_2^3, \mathbb{R}_1^3, \mathbb{R}_\infty^3$ .

A)  $\sqrt{43}, 11, 5$

B)  $\sqrt{43}, 5, 5$

C)  $\sqrt{43}, 11, 3$

D) 43, 11, 5

9. Найти норму элемента  $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$  в пространстве  $C[-1; 5]$ .

A) 25

B) 5,4

C) 0

D) 1

10. Найти норму элемента  $y = 4x + 3$  в пространстве  $C_1[0; 1]$ .

A) 5

B) 4

C) 3

D) 1

11. Линейный функционал, определенный в пространстве  $\mathbb{R}_2^2$ , в точках  $(1,1)$  и  $(1,0)$  принимает значение 2 и 5 соответственно. Найдите его значение в точке  $(3,4)$ .

A) 3

B) -3

C) 1

D) 2

12. Линейный функционал, определенный в пространстве  $\mathbb{R}_2^2$ , в точках  $(1,1)$  и  $(0,1)$  принимает значение 2 и 5 соответственно. Найдите его значение в точке  $(3,4)$ .

A) 11

B) -3

C) 10

D) 7

13. Линейный функционал, определенный в пространстве  $\mathcal{R}_2^2$ , в точках (1,1) и (0,1) принимает значение 2 и 5 соответственно. Найдите его норму.

- A)  $\sqrt{34}$
- B) 5
- C) 10
- D) 7

$$F(y) = \int_0^1 ty(t) dt$$

14. Найти норму линейного оператора действующий в пространстве  $C[0,1]$ .

- A) 0,5
- B) 1
- C) 2
- D) 3

15. Найти неподвижную точку отображения  $f(y)=y^2(x)-y(x)-x^2$ , пространства  $C[0,1]$  в себя.

- A)  $y = 1 \pm \sqrt{x^2 + 1}$
- B)  $y = 1 - \sqrt{x^2 + 1}$
- C)  $y = 1 + \sqrt{x^2 + 1}$
- D) не существует

### Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	от 0% до 30% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
Удовлетворительно	от 31% до 50% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
Хорошо	от 51% до 80% правильных ответов из общего числа тестовых заданий
Отлично	от 81% до 100% правильных ответов из общего числа тестовых заданий

### Контрольная работа для формирования «Уметь» компетенции ПК-1

1.	Найти собственные векторы и собственные числа линейного оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 2 \\ 9 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
2.	В некотором базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ задана матрица Грамма $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ и заданы два вектора $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ и $\vec{b} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ . Найти скалярное произведение $(2(\vec{a} + 2\vec{b})   \vec{a} + \vec{b})$
3.	В пространстве линейных функций, определенных на отрезке $[-2;3]$ , задан базис $\{x-5, x+3\}$ . Найти матрицу Грамма.
4.	Преобразовать базис $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ в ОНБ методом Шмидта.

5.	Проверить линейную зависимость векторов $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ , $\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
6.	Разложить в ряд Фурье функцию $y = \begin{cases} 1, & \text{при } x < 0 \\ 0, & \text{при } x > 0 \end{cases}$ на интервале $(-\pi; \pi]$
7.	Линейный оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ в некотором базисе, определяемом матрицей Грамма $G = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу сопряженного оператора $A^*$ .
8.	В пространстве функций вида $y = a \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)$ , определенных на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , задан оператор $A(a \cdot \cos(x) + b \cdot \sin(x)) = a \cdot \sin(x) - b \cdot \cos(x)$ . Найти сопряженный оператор $A^*$ .
9.	Привести квадратичную форму $2x_1^2 + 2x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду, найти ранг индекс и сигнатуру квадратичной формы.
10.	Определить тип кривой $2x^2 - 8xy + 2y^2 - 3 = 0$

### Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	Обучающийся не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
Удовлетворительно	Обучающийся показывает фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильно формулирует базовые понятия, допускает ошибки в решении практических задач, при этом владеет основными понятиями тем, выносимых на контрольную работу, необходимыми для дальнейшего обучения
Хорошо	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности, которые может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя
Отлично	Обучающийся показывает всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной работы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач

### Расчетное задание для формирования «Владеть» компетенции ПК-1

1. Пользуясь определением найти точки экстремума функции  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ .
2. Найти экстремум функции трех переменных  $f = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$ .



3. Исследовать на максимум и минимум функцию  $f=(x-1)^2-2y^2$ .
4. Найти экстремум функции  $z=xy$  при условии  $y-x=0$ .
5. Найти кратчайшее расстояние от точки  $M(1;0)$  до эллипса  $4x^2+9y^2=36$ .
6. На каких кривых может достигать экстремума функционал
 
$$Y[y(x)] = \int_1^2 (y'^2 - 2xy) dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = -1.$$
7. Найти собственные числа оператора  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$
8. Пусть  $a_1=(1,1,0)$ ;  $a_2=(0,1,1)$ ;  $a_3=(1,1,1)$  ортонормировать эти векторы.
9. Нормировать тригонометрическую систему функций  $1, \cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t, \dots, \cos(nt), \sin(nt), \dots$
10. Найти скалярное произведение  $x=1+t, y=t^2-2t$  для  $t \in \{0;1\}$ .

#### Критерии оценки выполнения задания

Оценка	Критерии оценивания
Неудовлетворительно	Задание выполнено не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов
Удовлетворительно	Задание выполнено не полностью, но не менее 50% объема, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки
Хорошо	Задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий, но допущена одна ошибка или не более двух недочетов и обучающийся может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя
Отлично	Задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий, но допущена одна ошибка или не более двух недочетов и обучающийся может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя

#### Вопросы для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

- 1 Элементы теории множеств.
- 2 Функции на множествах.
3. Алгебраические структуры.
4. Понятие о математических пространствах.
- 5 Метрические пространства.

6. Метод последовательных приближений.
- 7 Топологические пространства.
8. Линейные пространства.
9. Разложение по базису.
10. Задача на собственные значения.
11. Линейные операторы и линейные функционалы.
12. Евклидовы пространства.
13. Гильбертовы пространства.
14. Разложение по ОНБ в пространстве  $L_2$ .
15. Тригонометрический ряд Фурье.
16. Разложение по ортогональным многочленам.
17. Линейные функционалы в пространстве  $L_2$ .
18. Линейные операторы в пространстве  $L_2$ .
19. Мера Лебега.
20. Определенный интеграл Лебега.
21. Неопределенный интеграл Лебега.
22. Вариационные с неподвижными границами.
23. Вариационные задачи с подвижными границами.
24. Прямые вариационные методы.
25. Основные понятия интегральных уравнений.
26. Интегральные уравнения Фредгольма.

#### **Уровни и критерии итоговой оценки результатов освоения дисциплины**

	Критерии оценивания	Итоговая оценка
Уровень 1. Недостаточный	Незнание значительной части программного материала, неумение даже с помощью преподавателя сформулировать правильные ответы на задаваемые вопросы, невыполнение практических заданий	Неудовлетворительно/Незачтено
Уровень 2. Базовый	Знание только основного материала, допустимы неточности в ответе на вопросы, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, затруднения при решении практических задач	Удовлетворительно/зачтено
Уровень 3. Повышенный	Твердые знания программного материала, допустимые несущественные неточности при ответе на вопросы, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, затруднения при решении практических задач	Хорошо/зачтено



8.1 Основная литература								
8.1.1	Нелюхин, С. А.	Элементы функционального анализа: линейные операторы, уравнения в банаховых пространствах	Рязанский государственный радиотехнический университет	2019	учебное пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/121427.html">https://www.iprbookshop.ru/121427.html</a>	по логину и паролю
8.1.2	Глазырина, П. Ю.	Функциональный анализ. Типовые задачи	Уральский федеральный университет	2016	учебное пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/66213.html">https://www.iprbookshop.ru/66213.html</a>	по логину и паролю
8.1.3	Крепкогорский, В. Л.	Функциональный анализ : учебное пособие	Казанский национальный исследовательский технологический университет	2014	учебное пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/62016.html">https://www.iprbookshop.ru/62016.html</a>	по логину и паролю
8.2 Дополнительная литература								
8.2.1	Осиленкер, Б. П.	Задачи и упражнения по функциональному анализу	Московский государственный строительный университет	2015	Учебно-практическое пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/60819.html">https://www.iprbookshop.ru/60819.html</a>	по логину и паролю
8.2.2	Данилин, А. Р.	Функциональный анализ для магистрантов	Уральский федеральный университет	2013	учебное пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/66614.html">https://www.iprbookshop.ru/66614.html</a>	по логину и паролю
8.2.3	Асташова, И. В.	Функциональный анализ	Евразийский открытый институт	2011	Учебное пособие	-	<a href="https://www.iprbookshop.ru/11120.html">https://www.iprbookshop.ru/11120.html</a>	по логину и паролю

## **9. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В МИТУ-МАСИ созданы специальные условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающимися с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Для перемещения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в МИТУ-МАСИ созданы специальные условия для беспрепятственного доступа в учебные помещения и другие помещения, а также их пребывания в указанных помещениях с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

При получении образования обучающимся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости предоставляются бесплатно специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература. Также имеется возможность предоставления услуг ассистента, оказывающего

обучающимся с ограниченными возможностями здоровья необходимую техническую помощь, в том числе услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Получение доступного и качественного высшего образования лицами с ограниченными возможностями здоровья обеспечено путем создания в университете комплекса необходимых условий обучения для данной категории обучающихся. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, размещена на сайте университета (<https://mitu-masi.ru/sveden/objects/>).

Для обучения инвалидов и лиц с ОВЗ, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата обеспечиваются и совершенствуются материально-технические условия беспрепятственного доступа в учебные помещения, столовую, туалетные, другие помещения, условия их пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и др.).

Для адаптации к восприятию обучающимися инвалидами и лицами с ОВЗ с нарушенным слухом справочного, учебного материала, предусмотренного образовательной программой по выбранным направлениям подготовки (специальностям), обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы, оповещающие о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагог смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих инвалидов и лиц с ОВЗ проводится за счет:

- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию инвалидами и лицами с ОВЗ с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой МИТУ-МАСИ по выбранной специальности, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
- в начале учебного года обучающиеся несколько раз проводятся по зданию МИТУ-МАСИ для запоминания месторасположения кабинетов, помещений, которыми они будут пользоваться; педагог, его собеседники, присутствующие представляются обучающимся, каждый раз называется тот, к кому педагог обращается;
- действия, жесты, перемещения педагога коротко и ясно комментируются;
- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснения на диктофон (по желанию обучающегося).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ определяется преподавателем в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ с учетом его индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.